МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В. Ломоносова

МОСКОВСКАЯ ШКОЛА ЭКОНОМИКИ

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

«Методы оптимальных решений»

Для направления 080100 « Экономика»

подготовки бакалавров (магистров) очного отделения

Автор программы:
В.В. Славова, кандидат физико-математических наук

Одобрена на заседании кафедры «____»___________2013г.
Заведующий кафедрой ____ (ФИО, ученая степень, ученое звание)

Утверждена Ученым советом МШЭ «____»___________2013г.
Ученый секретарь ____ (ФИО, ученая степень, ученое звание)

.

МОСКВА

2013

1.Область применения и нормативные ссылки

Настоящая программа устанавливает минимальные требования к знаниям и умениям студента и определяет содержание и виды учебных занятий и отчетности.

Программа предназначена для преподавателей, ведущих данную дисциплину, ассистентов и студентов направления (шифр и название направления подготовки), обучающихся в Московской школе экономики МГУ имени М.В. Ломоносова (далее МШЭ МГУ) на договорной основе по очной дневной форме обучения.

Программа разработана в соответствии с положениями и требованиями:

- ФГОС и самостоятельно установленного образовательного стандарта МГУ;
- Рабочего учебного плана МШЭ МГУ, утвержденного Ректором МГУ «___»_________2011г.

2.Цели дисциплины

Целями освоения дисциплины «Методы оптимальных решений» являются изучение основных математических результатов в теории экстремумов функций многих переменных и задач линейного программирования, формирования и усвоения знаний и навыков в области применения математических методов к экономической теории и практике, которые необходимы для развития профессиональных качеств, компетенций, необходимых для выполнения функциональных обязанностей в сфере экономики.

Материалы дисциплины найдут свое конкретное применение в общепрофессиональных и специальных дисциплинах факультета МШЭ, посвященных микро- и макроэкономике, государственному управлению и экономике общественного сектора, фондовому рынку и финансовому менеджменту, институциональной экономике и ряду других научных областей. Поэтому дисциплина является важной составляющей системы фундаментальной подготовки современного экономиста, а также обеспечивает ему профессиональную мобильность.

В результате изучения дисциплины студент должен:

- знать и основные математические методы анализа принятия решения;
- уметь выбирать рациональные варианты действий в практических задачах принятия решений с использованием экономико-математических моделей;

- иметь представление о проблематике и перспективах развития теории принятия решений, уметь самостоятельно находить и использовать дополнительную информацию в данной предметной области.

3.Задачи дисциплины

В результате освоения дисциплины «Методы оптимальных решений» студент должен:

Знать

- основные определения и понятия теории экстремумов функций многих переменных, линейного программирования, теории потоков в сетях.
- типы экономических задач, решаемых с помощью методов оптимальных решений

Уметь

- перейти от прикладной экономической задачи к математической модели
- решать математические задачи по предлагаемым направлениям
- формулировать выводы математических решений в экономических понятиях и терминах.

4.Место дисциплины в структуре образовательной программы

Настоящая дисциплина относится к циклу дисциплин математических, обеспечивающих подготовку бакалавров/магистров по направлению «Экономика».

Изучение данной дисциплины базируется на следующих дисциплинах: математический анализ, линейная алгебра.

Практическая реализация учебной программы предусматривает проведение аудиторных занятий в виде лекций, семинаров, консультаций и организации самостоятельной работы студентов.

Дисциплина изучается в течение 7 семестра.

Для освоения данной дисциплины студент должны владеть следующими знаниями и компетенциями: уметь вычислять производные функций, интегралы; решать системы линейных уравнений, решать графические задачи.

Общая трудоемкость в академических часах и зачетных единицах- 40 часов.

Форма промежуточной аттестации - дифференцированный зачет.

Основные положения данной дисциплины должны быть использованы в дальнейшем при изучении следующих дисциплин: микроэкономика.

5.Формы проведения

Форма занятий с указанием с указанием суммарной трудоемкости по каждой форме:

- Лекции- 34
- Практические занятия (семинары)-34
- Самостоятельная работа - 76

Формы текущего контроля - коллоквиум, контрольные работы, рефераты.

6.Распределение трудоемкости по разделам и темам, а также формам проведения занятий с указанием форм текущего контроля и промежуточной аттестации

№	Наименование разделов и тем	Всего часов	Лекции	Семинары	Самостоятельная работа	Форма контроля
1	**Раздел I «Экстремумы функций многих переменных, необходимые для решения экономических задач»**	**40**	**10**	**10**	**20**	
2	Тема 1 Безусловные экстремумы…	18	4	4	10	
3	Тема 2 Условные экстремумы…	22	6	6	10	**Колло-квиум (письмен-но) 3 ч.**
4	**Раздел II «Задачи линейного программирования»**	**104**	**24**	**24**	**56**	
5	Тема 1 Решение простейших задач ЛП	18	4	4	10	
6	Тема 2 Симплекс-метод	18	4	4	10	**Письмен-ная контроль-**

						ная работа 2 ч
7	Тема 3 Двойственная задача	14	2	2	10	
8	Тема 4 Экономические аспекты двойственной задачи	18	4	4	10	
9	Тема 5 Задачи целочисленного программирования	20	6	6	8	
10	Тема 6 Понятие сети. Интерпретация симплекс-метода на сети. Максимальные потоки в сетях. Алгоритм Форда-Фалкерсона	16	4	4	8	**Зачетная работа (письмен-но) 4 ч.**
Всего по курсу		**144**	**34**	**34**	**76**	

Критерии оценки знаний и навыков

Промежуточный контроль осуществляется в процессе обучения на семинарских занятиях в виде проведения двух контрольных работ, а также реферативных заданий по желанию для студентов, активно работающих на семинарах и регулярно выполняющих домашние задания. По результатам промежуточного контроля проставляются текущие оценки в учетных ведомостях, которые ведет преподаватель.

Итоговый контроль проводится в форме предварительного анализа накопленных промежуточных оценок и выведения результирующей оценки путем проведения зачета. Зачет проводится письменно посредством выполнения контрольных заданий.

Оценки выставляются по пятибалльной системе.

7.Содержание дисциплины

Раздел I.

Лекция 1.

Экономические задачи, требующие для решения методов оптимизации:

1) оптимизация целевой функции потребления в условиях бюджетных ограничений,

2) максимизация производственной функции Кобба-Дугласа при ограничениях на ресурсы,

3) максимизация прибыли фирмы,
4) максимизация функции полезности потребителя при ограничениях на доход,
5) минимизация издержек фирмы при фиксированном объеме выпускаемой продукции.
Определение точек строгого и нестрогого экстремума, а также критических точек для функции $F(\vec{x}) = F(x_1, x_2, \cdots, x_n)$ многих переменных. Примеры.
Определение Гессиана $D^2F(\vec{x})$ и седловой точки для функции многих переменных. Необходимые и достаточные условия того, что точка является точкой строгого локального экстремума. Экономический смысл понятия седловой точки.
[1] гл.6.1; [6] тема 3, п.2.

Лекция 2.
Выпуклые множества и выпуклые функции. Свойства выпуклых функций. Критерий выпуклости функции двух переменных.
Нахождение условного локального экстремума с условиями связи в виде единственного равенства. Два подхода:
1) условие связи разрешимо относительно одного переменного, (производственная функция Леонтьева)
2) по методу Лагранжа. Понятие окаймленного Гессиана. Достаточные условия условного локального экстремума, сформулированные в терминах окаймленной матрицы Гессе или в терминах квадратичной формы, являющейся вторым дифференциалом функции Лагранжа.
[1] гл.6.2, 6.3; [6] тема3, п.3., П.3.1.,3.2.

Лекция 3.
Функция Лагранжа для случая нескольких уравнений связи в виде равенства. Поиск точек возможного условного экстремума для этого случая. Поиск точек условного экстремума в случае, когда условие задано в виде неравенства, на примерах.
[1] гл.6.2, 6.3; [6] тема 3, п.3, п.4.

Лекция 4-5.
Постановка задачи оптимизации в условиях ограничений в виде нескольких неравенств. Условие Якоби. Условие Слейтера. Необходимое условие существования локального максимума.Теорема Куна – Таккера. Экономические примеры, в которых решаются задачи оптимизации.
[1] гл.6.5, 6.7; [6] тема 3, п.2, тема 4, п. 2, п.4, п.5.

Раздел II.
Лекция 6.

Постановка задачи поиска глобального экстремума в задачах математического программирования. Примеры типовых практических задач, приводящих к математической постановке задачи математического (линейного) программирования:
1) задача о диете,
2) задача оптимизации производства при ограничениях на ресурсы.
[4] тема D, гл.1.1; [3] гл.9.1.

Лекция 7.
Примеры графического решения задач линейного (математического) программирования в случае двух переменных. Свойства решений задачи линейного программирования (ЗЛП)--- связь опорного решения ЗЛП и угловых точек многогранника решений.
[3] гл.9.2, 9.3; [4] тема D, гл.1.1, 1.2, 2.1, 2.2.

Лекция 8.
Симплексный метод решения задач линейного программирования. Двойственные задачи линейного программирования. Общие правила построения двойственных задач.
[4] тема D, гл.4.1-4.4; гл.5.1-5.2.

Лекция 9-10.
Первая теорема двойственности, механизм цены в симплекс-методе. Соглашение о знаках цен. Вторая теорема двойственности.
[4] тема D, гл.5.3-5.4; [7], п.1.4, [12] гл.12.

Лекция 11-12.
Экономико-математическая модель транспортной задачи. Построение начального распределения поставок методом «северо-западного угла». Открытая и закрытая транспортная задача. Свойство системы ограничений транспортной задачи. Построение начального распределения поставок методом «минимальной стоимости».
[4] тема D, гл.6.1-6.9; [7] п.1.5, [12] гл.14.

Лекция 13.
Решение транспортной задачи методом потенциалов.
Решение транспортной задачи с ограничениями на пропускную способность.
[4] тема D, гл.6.6-6.9, 6.12; [7] п.1.5.

Лекция 14-15.

Понятие сети. Интерпретация симплекс-метода на сети. Задача о кратчайшем пути. Максимальные потоки в сетях. Понятие об алгоритме Форда-Фалкерсона.
[12] глава 17, 20.

Основная литература.

1. В.А.Малугин Математика для экономистов. Линейная алгебра. Курс лекций. М.:Эксмо. 2006.
2. В.А.Малугин Математика для экономистов. Линейная алгебра. Задачи и упражнения. М.:Эксмо. 2006.
3. Н.Ш.Кремер, Б.А. Путко, И.М.Тришин Математика для экономистов: от арифметики до эконометрики. М: Высшее образование.2007.
4. В.И.Ермаков и др. Общий курс высшей математики для экономистов. М.:Инфра-М.2008.
5. В.И.Ермаков и др. Сборник задач по высшей математике для экономистов. М.:Инфра-М.2006.
6. А.В. Соколов, В.В.Токарев Методы оптимальных решений. Т.1. М.:Физматлит. 2010.
7. А.Н.Ильченко, О.Л.Ксенофонтова, Г.В. Канакина Практикум по экономико-математическим методам. М.: Финансы и статистика. 2009.

Дополнительная литература:

8.М.В.Грачева, Л.Н.Фадеева, Ю.Н.Черемных Количественные методы в экономических исследованиях. М.: ЮНИТИ.2004 .

9. C.H.Simon, L.Blume Mathematics for Economists. Norton & Company. London.1994.

10. М. Интрилигатор Математические методы оптимизации и экономическая теория. М.:Айрис-пресс, 2002.
11. R.K.Sundaram A First Course in Optimization Theory. Cambridge. University Press.1996.
12. Дж. Данциг Линейное программирование и его применения и обобщения.М.:Прогресс.1966.

Пример проверочной работы

№ 1. Найти такие значения переменных x_1 *и* x_2, чтобы при заданной системе ограничений (А) функция $Z = 2x_1 + 3x_2$ принимала максимальное значение, если это возможно. Построить ОДР **(2 балла),**

решить методом перебора вершин **(1 балл),**

вычислить градиент целевой функции и решить, опираясь на градиент **(2 балла).**

$$(A)\quad \begin{cases} -x_1 + x_2 \le 4 \\ x_1 + x_2 \le 12 \\ x_1 + 5x_2 \ge 20 \end{cases}, \qquad x_1 \ge 0,\quad x_2 \ge 0.$$

№ 2. Найти такие значения переменных x_1, x_2, x_3, чтобы при заданной системе ограничений (А) функция $Z = 4x_1 + 5x_2 + 6x_3 \to \max$ (принимала максимальное значение), если это возможно.

$$(A)\quad \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 6x_3 \le 240 \\ 2x_1 + x_2 + 2x_3 \le 100 \\ 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 \le 80 \end{cases},$$

$$x_1 \ge 0,\quad x_2 \ge 0, x_3 \ge 0.$$

Решить симплексным методом **(5 баллов);**

Как называется функция $Z = 4x_1 + 5x_2 + 6x_3$? **(1 балл).**

№ 3.Транспортная задача.

Необходимо перевезти запасы продукции в количестве 180,70, 20 единиц со складов A_1, A_2, A_3, соответственно, к потребителям B_1, B_2, B_3, B_4, причем нужды потребителей составляют 40, 130, 110, 50 единиц соответственно.

Стоимости перевозок таковы:

от A_1 к 1) B_1 равна 5; 2) к B_2 равна 3; 3) к B_3 равна 12; 4) к B_4 равна 4;

от A_2 к 1) B_1 равна 2; 2) к B_2 равна 3 3) к B_3 равна 9; 4) к B_4 равна 5;

от A_3 к 1) B_1 равна 7; 2) к B_2 равна 5; 3) к B_3 равна 9; 4) к B_4 равна 6.

Требуется определить план перевозок так, чтобы все запасы были перевезены; все получатели были удовлетворены; **транспортные расходы (стоимость перевозок) были минимальны.**

Проверить, является ли задача открытой **(0,5 балла),**

представить задачу в табличном виде **(1,5 баллов),**

написать целевую функцию **(1,5 балла),**

дать определение плана поставок или плана перевозок **(1 балл),**

построить первоначальный план перевозок методом «северо-западного» угла **(2 балла),**

решить задачу методом потенциалов, указывая на каждом шаге величину транспортных расходов **(5 баллов),**
объяснить, согласно какому критерию процесс решения задачи закончен, т.е. почему Вы остановились в поисках лучшего опорного решения **(1 балл),**
указать стоимость транспортных расходов для первоначального плана и для окончательного. **(1,5 балла).**

№ 4. Транспортная задача относительно времени перевозок

Четыре поставщика с грузом соответственно в10,15, 25, единиц могут обеспечить четырех потребителей, которым необходимы поставки соответственно в количестве 5, 10, 20 и 15 единиц грузов.

Матрица времен перевозок такова: $\begin{pmatrix} 8 & 3 & 5 & 2 \\ 4 & 1 & 6 & 7 \\ 1 & 9 & 4 & 3 \end{pmatrix}$.

Найти минимальное время на перевозку грузов. **(5 баллов)**

№ 5. Найти экстремумы функции

$z = 3x^2 - x^3 + 3y^2 + 4y$ **(3 балла)**

Исследовать на условный экстремум функцию

$$u = \exp\{x + 2y\} = e^{x+2y}$$

при условии $x^2 + y^2 = 1$. **(4 балла)**

•

8.Перечень компетенций, формируемых в результате освоения дисциплины

- ОНК – общенаучные компетенции;
- ПК – профессиональные компетенции.

10.Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

1. В.А.Малугин Математика для экономистов. Линейная алгебра. Курс лекций. М.:Эксмо. 2006.
2. В.А.Малугин Математика для экономистов. Линейная алгебра. Задачи и упражнения. М.:Эксмо. 2006.
3. Н.Ш.Кремер, Б.А.Путко, И.М.Тришин Математика для экономистов: от арифметики до эконометрики. М: Высшее образование.2007.
4. В.И.Ермаков и др. Общий курс высшей математики для экономистов. М.:Инфра-М.2008.
5. В.И.Ермаков и др. Сборник задач по высшей математике для экономистов. М.:Инфра-М.2006.
6. А.В.Соколов, В.В.Токарев Методы оптимальных решений. Т.1. М.: Физматлит. 2010.
7. А.Н.Ильченко, О.Л.Ксенофонтова, Г.В.Канакина Практикум по экономико-математическим методам. М.: Финансы и статистика. 2009.

Список дополнительной литературы

1.М.В.Грачева, Л.Н.Фадеева, Ю.Н.Черемных Количественные методы в экономических исследованиях. М.: ЮНИТИ.2004 .
2. C.H.Simon, L.Blume Mathematics for Economists. Norton & Company. London.1994.
3. М. Интригатор Математические методы оптимизации и экономическая теория. М.:Айрис-пресс, 2002.
4. R.K.Sundaram A First Course in Optimization Theory. Cambridge. University Press.1996.
5. Дж. Данциг Линейное программирование и его применения и обобщения. М.:Прогресс.1966.

Подпись автора ________________