

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

имени М.В. Ломоносова

МОСКОВСКАЯ ШКОЛА ЭКОНОМИКИ

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

**«СОВРЕМЕННЫЙ МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ИНСТРУМЕНТАРИЙ
ЭКОНОМИЧЕСКОГО АНАЛИЗА»**

Для направления 080100 « Экономика»

подготовки магистров очного отделения

Шифр дисциплины _____

Авторы -- составители программы:

Полтерович Виктор Меерович, академик РАН, д.э.н., профессор

Пресман Эрнст Львович, д.ф.- м.н.

Одобрена на заседании кафедры « ____ » _____ 2013г.

Заведующий кафедрой _____

(ФИО, ученая степень, ученое звание)

Утверждена Ученым советом МШЭ « ____ » _____ 2013г.

Ученый секретарь _____

(ФИО, ученая степень, ученое звание)

МОСКВА- 2013

1. Область применения и нормативные ссылки

Настоящая программа устанавливает минимальные требования к знаниям и умениям студента и определяет содержание и виды учебных занятий и отчетности.

Программа предназначена для преподавателей, ведущих данную дисциплину, ассистентов и студентов направления **080100 « Экономика»**, обучающихся в Московской школе экономики МГУ имени М.В. Ломоносова (далее МШЭ МГУ) на договорной основе по очной дневной форме обучения.

Программа разработана в соответствии с положениями и требованиями:

- ФГОС и самостоятельно установленного образовательного стандарта МГУ;
- Рабочего учебного плана МШЭ МГУ, утвержденного Ректором МГУ «___»_____2011г.

2. Цели дисциплины

Целями освоения дисциплины «Современный математический инструментарий экономического анализа» являются формирование и усвоение знаний, умений и навыков в области применения современного математического аппарата к экономической теории и практике, которые необходимы для работы в государственных и частных структурах, а также развитие профессиональных качеств, компетенций, необходимых для выполнения функциональных обязанностей в сфере экономики.

3. Задачи дисциплины

В результате освоения дисциплины «Современный математический инструментарий экономического анализа» студент должен:

- Знать основные математические методы, применяемые при моделировании экономических явлений, такие как выпуклое программирование, принцип максимума, динамическое программирование, векторная оптимизация, теоремы о неподвижных точках.

- Уметь грамотно пользоваться этими методами при разработке и исследовании экономико-математических моделей.
- Иметь навыки решения обыкновенных дифференциальных уравнений, решения конкретных задач оптимального управления и динамического программирования, нахождения равновесий.

4. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Настоящая дисциплина относится к циклу математических дисциплин, обеспечивающих подготовку магистров по направлению «Экономика».

Изучение данной дисциплины базируется на следующих дисциплинах: Математический анализ, Линейная алгебра, Макроэкономика I, II, Микроэкономика I, II.

Для освоения данной дисциплины студент должны владеть следующими знаниями и компетенциями: понимать структуру математического доказательства, вычислять производные и интегралы, знать их геометрическую интерпретацию, знать свойства матриц, уметь вычислять определители и решать системы линейных уравнений, владеть базовыми понятиями макро- и микроэкономики.

Общая трудоемкость в академических часах и зачетных единицах составляет 80 часов.

Форма промежуточной аттестации – письменный экзамен.

Основные положения данной дисциплины используются в дальнейшем при изучении следующих дисциплин: макроэкономики -3 и микроэкономики-3, прикладной теории игр, теории общественного сектора, международной торговли, моделировании энергетического сектора и др.

5. Формы проведения

Форма занятий с указанием с указанием суммарной трудоемкости по каждой форме:

- Лекции – 30 часов.

- Практические занятия (семинары) -22 часа.
- Самостоятельная работа - 28 часов.

Формы текущего контроля: проверка домашних заданий и опрос на семинарах по усвоению материала лекций.

6. Распределение трудоемкости по разделам и темам, а также формам проведения занятий с указанием форм текущего контроля и промежуточной аттестации

№	Наименование разделов и тем	Всего часов	Аудиторная работа			Самостоятельная работа	Форма контроля
			Лекции	Семинары	Практические занятия		
	Введение: История и роль математики в экономической теории	4	2	-		2	Проверка домашних заданий, работа на семинаре
1	Элементы выпуклого анализа	6	2	2		2	Проверка домашних заданий, работа на семинаре
2	Элементы выпуклого программирования	8	4	2		2	Проверка домашних заданий, работа на семинаре
3	Дифференциальные уравнения и теория устойчивости	18	6	6		6	Проверка домашних заданий, работа на семинаре
4	Принцип максимума	16	6	4		6	Проверка домашних заданий, работа на семинаре
5	Динамическое программирование	16	6	4		6	Проверка домашних заданий, работа на семинаре
6	Теоремы о неподвижной точке	6	2	2		2	Проверка домашних заданий, работа на семинаре
7	Парето-оптимальность	6	2	2		2	Проверка домашних заданий, работа на семинаре
	Итого	80	30	22		28	

Критерии оценки знаний и навыков

Итоговая оценка выставляется по результату письменного экзамена с учётом посещаемости аудиторных занятий, выполнения домашних заданий и активности работы на семинаре. Как правило, для отличной оценки за экзамен нужно решить 80% от суммы баллов задания, для хорошей оценки нужно решить 60%, а для удовлетворительной - 40%. При этом за домашнюю работу, посещаемость и активность на семинарах добавляется от нуля до 20%.

7. Содержание дисциплины

Раздел I. Выпуклое программирование

Введение

Математика в экономической теории: история и роль.

Литература по теме: [1].

Тема 1. Элементы выпуклого анализа.

Выпуклые множества. Выпуклые многогранники. Выпуклость потребительских и технологических множеств.

Свойства выпуклых множеств. Пересечение, геометрическая сумма и прямое произведение выпуклых множеств. Размерность выпуклых множеств. Крайние точки. Теоремы отделимости.

Выпуклые (вогнутые) функции. Квазивыпуклые (квазивогнутые) функции. Условия выпуклости (вогнутости) в дифференциальной форме. Функции полезности и производственные функции, смысл предположений о вогнутости и квазивогнутости.

Свойства выпуклых и квазивыпуклых функций. Непрерывность и дифференцируемость выпуклых функций

Литература по теме: [1], [4], [9], [10], [18], [13]-[15]

Тема 2. Элементы выпуклого программирования.

Экстремальные задачи. Локальный и глобальный оптимум.

Максимизация без ограничений; необходимые и достаточные условия оптимальности.

Задача выпуклого программирования. Функция Лагранжа, её седловые точки. Теорема Куна—Таккера для задач выпуклого программирования. Интерпретация множителей Лагранжа. Условие Слейтера. Необходимые и достаточные условия оптимальности для задачи выпуклого программирования в дифференциальной форме.

Теорема о маргинальных значениях для задач выпуклого программирования, её экономический смысл.

Экономические приложения: функции спроса и предложения, модель Рамсея в дискретном времени.

Литература по теме: [3], [4], [9], [10], [12], [18]

Раздел 2. Принцип максимума и динамическое программирование

Тема 3. Дифференциальные уравнения и теория устойчивости

Обыкновенные дифференциальные уравнения. Существование и единственность решений. Линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами. Дифференцируемость решений дифференциальных уравнений по параметру.

Проблема устойчивости. Устойчивость по Ляпунову, асимптотическая устойчивость. Первый метод Ляпунова. Второй метод Ляпунова. Устойчивость регулирования цен.

Литература по теме: [16], [17]

Тема 4. Принцип максимума

Задачи оптимального управления в непрерывном времени. Модели оптимального экономического роста, модель Рамсея на конечном и бесконечном временных интервалах.

Принцип максимума как необходимое условие оптимальности. Интерпретация двойственных переменных. Достаточность принципа максимума для выпуклых задач.

Классическая задача вариационного исчисления в непрерывном времени. Уравнение Эйлера и принцип максимума.

Связь между принципом максимума и теоремой Куна-Таккера

Литература по теме: [3], [5], [6], [8], [19]-[21].

Тема 5. Динамическое программирование

Метод динамического программирования для задачи оптимального управления в дискретном и непрерывном времени. Принцип оптимальности.

Уравнение Беллмана. Синтез оптимального управления.

Связь между динамическим программированием и принципом максимума.

Литература по теме: [6], [7], [18], [13], [19]-[21].

Раздел 3. Равновесие и Парето-оптимальность

Тема 6. Теоремы о неподвижной точке

Принцип сжимающих отображений и его приложения.

Теоремы Брауэра и Какутани. Приложения: существование равновесия по Нэшу; существование конкурентного равновесия.

Литература по теме: [9] – [13], [16], [18]

Тема 7. Парето-оптимальность

Парето-оптимальность в сильном и слабом смысле. Теорема о свёртке критериев. Необходимые и достаточные условия Парето-оптимальности. Парето-оптимальные и равновесные состояния.

Литература по теме: [9] – [13], [15], [18]

Практические занятия

1. Решение задач по теме: выпуклые функции и выпуклые множества.

2. Вычисление функций спроса и предложения, их исследование. Заменяемость и дополнительность товаров. Отыскание равновесия для простейших вариантов модели Эрроу – Дебре. Сравнительная статика.

3-4. Решение задач по темам: дифференциальные уравнения, устойчивость решений дифференциальных уравнений.

5-7. Принцип максимума в непрерывном времени, уравнение Эйлера. Приложение к модели Рамсея. Вывод уравнения Эйлера из принципа максимума. Условие трансверсальности. Стационарные режимы.

7. Парето-оптимальность и равновесие. Исследование теоремы о свёртке для отыскания всех Парето-оптимальных состояний. Первая и вторая теоремы всеобщего благосостояния. Эффективность траекторий экономического роста.

8. Исследование олигополии. Модели монополии, отыскание решения. Олигополии по Курно и по Бертрону.

Список литературы

- [1] K.J.Arrow, M.D.Intriligator. Historical introduction. In: Handbook of Mathematical Economics. V. 1. Eds: K.J.Arrow, M.D.Intriligator. North-Holland, 1981, p. 1-14.
- [2] Carl P.Simon, Lawrence Blume. Mathematics for Economics. W.W. Norton & Company, Inc., New York, 1994.
- [3] Б.Т.Поляк. Введение в оптимизацию. Москва, Наука, 1983.
- [4] М.Д.Интриллигатор. Математические методы оптимизации и экономическая теория. Москва, Прогресс, 1975.
- [5] Daniel Leonard, Ngo Van Long. Optimal Control Theory and Static Optimization in Economics. Cambridge University Press, 1992.
- [6] В.Г.Болтянский. Оптимальное управление дискретными системами. Москва, Наука, 1973.
- [7] Р.Беллман. Динамическое программирование. Москва, Мир, 1960.
- [8] А. Сотсков, Г.Колесник. Оптимальное управление и динамическое программирование в примерах и задачах. Москва, РЭШ, 2003.
- [9] Х. Никайдо. Выпуклые структуры и математическая экономика. Москва, Мир, 1972.
- [10] И.Экланд. Элементы математической экономики. Москва, Мир, 1983.

- [11] В.М.Полтерович. Экономическое равновесие и хозяйственный механизм. Москва, Наука, 1990.
- [12] С.А.Ашманов. Введение в математическую экономику. Москва, Наука, 1984.
- [13] A.Mascollel, M.Whinston, and J.Green. Microeconomics Theory. Oxford University Press, 1995.
- [14] O.J.Blanchard, S.Fisher, Lectures on Macroeconomics. Cambridg, Mass., The MIT Press, 1992.
- [15] С.Л.Печерский, А.А.Беляева. Теория игр для экономистов.
- [16] Л.С.Понтрягин. Обыкновенные дифференциальные уравнения.
- [17] Б.П.Демидович. Лекции по математической теории устойчивости.
- [18] С.Карлин. Математические методы в теории игр, программировании и экономике. Москва,. Мир, 1964
- [19] В.М.Алексеев, В.М.Тихомиров, С.В.Фомин, Оптимальное управление. М: Наука, 1979.
- [20] Suresh P.Sethi, Gerald L.Thomson. Optimal Control Theory. Applications to management Science and Economics, Second Edition, Boston/Dordrecht/London, Kluwer Academic Publishers, 2000.
- [21] Э.М.Галеев. Оптимизация: Теория, примеры, задачи. Изд. 3, Москва, Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2010.

8. Перечень компетенций, формируемых в результате освоения дисциплины

- ОНК – общенаучные компетенции: понимание роли математических методов в экономических исследованиях;
- ИК- инструментальные компетенции: владение техникой теории выпуклого анализа и экстремальных задач, включая принцип максимума, динамическое программирование, многокритериальную оптимизацию и теоремы о неподвижных точках;
- СК- системные компетенции: умение понимать связи между свойствами математических конструкций и особенностями экономических объектов;
- ПК – профессиональные компетенции: умение применять математику для анализа экономических явлений;
- СПК – специализированные компетенции: навыки решения конкретных задач, в частности умение использовать теорию экстремальных задач для исследования моделей планирования и макроэкономических моделей типа Рамсея; умение применять понятие Парето - оптимальности для анализа моделей общего равновесия, теорему Брауэра – для доказательства существования равновесия в модели Курно.

Подписи авторов _____

В.М.Полтерович

Э.Л.Пресман